Testy parametryczne

Wybrane testy parametryczne

1. Test wskaźnika struktury
2. Test dwóch wskaźników struktury
3. Test średniej
4. Testy dwóch średnich
   a) Obserwacje niezależne
   b) Obserwacje sparowane

Inne testy później

Test wskaźnika struktury

- Eksperyment składa się z n identycznych i niezależnych prób

- Każda z prób kończy się jednym z dwóch zdarzeń (*sukces, porażka*)

- Hipotetyczne prawdopodobieństwo, że pojedyncza próba kończy się wynikiem *sukces* wynosi π (parametr rozkładu dwumianowego)

- Interesuje nas, czy obserwowany odsetek zdarzeń przemawia za hipotetyczną wartością π

Estymator dla π *to* $p = m / n$

m – liczba sukcesów
n – liczba prób

Gdy n >= 5 / min(π, 1- π), to rozkład estymatora można przybliżyć rozkładem normalnym o średniej π i odchyleniu std = $\sqrt{\pi(1-\pi)/n}$.

Stąd statystyka testowa to:

$$z = \frac{p - \pi}{\sqrt{\frac{\pi(1-\pi)}{n}}}$$

H0: $\pi = \pi_0$ (z góry ustalone)
HA:

1. $\pi > \pi_0$
2. $\pi < \pi_0$
3. $\pi \neq \pi_0$

Dla przyjętego poziomu istotności odrzuć H0 na rzecz HA, jeżeli

1. $z > z_\alpha$
2. $z < -z_\alpha$
3. $|z| > z_{\alpha/2}$

Test dwóch wskaźników struktury

$$u = \frac{p_1 - p_2}{\sqrt{\frac{\bar{p}\bar{q}}{n}}} \sim N(0; 1)$$

$$\bar{p} = \frac{m_1 + m_2}{n_1 + n_3}$$

$$\bar{q} = 1 - \bar{p}$$

$$n = \frac{n_1 n_2}{n_1 + n_2}$$

Zadanie 1
Przez wiele lat zachorowalność na salmonellozę wśród cieląt wynosiła 10%. W tym roku weterynarz zdiagnozował tylko 60 przypadków wśród 800 cieląt. Czy te dane pozwalają twierdzić, że ryzyko zachorowania spadło poniżej 10%?

Zadanie 2
W celu doskonalenia metod hodowli oocytów in vitro testowano dwie pożywki A i B. Czy uzyskano dowody, że nowa pożywka jest efektywniejsza?

Pożywka	Oocyty nałożone	Oocyty dojrzałe
A	84	17 (20%)
B	52	15 (29%)

Test średniej

Sprawdzamy, czy pewna hipotetyczna wartość średniej populacji (wartość oczekiwana rozkładu) jest zgodna z naszymi obserwacjami w próbie.

Zadanie

Producent świń opiera swoje rachunki ekonomiczne na założeniu, że świnie w okresie tuczu przybierają na wadze średnio 900 gramów. Chcąc zweryfikować tę wiedzę kontrolował przebieg tuczu u 234 osobników i zaobserwował, że osobniki przybierały średnio 924 g (s=133 g). Czy jest to wystarczający powód by zmienić wyliczenia ekonomiczne?

H0: $\mu = 900\ g$ (z góry ustalone μ_0)
HA:

1. $\mu > 900$
2. $\mu < 900$
3. $\mu \neq 900$

$$t = \frac{\bar{y} - \mu_0}{\frac{s}{\sqrt{n}}}$$

Ten wariant testu stosujemy, gdy odchylenie standardowe jest nieznane i musimy wyliczyć je na podstawie próby (s).

Dla przyjętego poziomu istotności odrzuć H0 na rzecz HA, jeżeli

1. $t > t_{\alpha}$
2. $t < -t_{\alpha}$
3. $|t| > t_{\alpha/2}$

Test dla dwóch średnich – próby niezależne

Na podstawie prób z dwóch populacji o rozkładach normalnych, sprawdzamy, czy średnie w populacjach (wartości oczekiwane ich rozkładów) różnią się od siebie.

Warianty testu

1. Wariancje populacji są znane
2. Wariancje nieznane, ale próby duże
3. Wariancje nieznane – równe
4. Wariancje nieznane, próby małe

1. Wariancje znane

$$u = \frac{\bar{x}_1 - \bar{x}_2}{\sqrt{\frac{{\sigma_1}^2}{n_1} + \frac{{\sigma_2}^2}{n_2}}} \sim N(0,1)$$

2. Wariancje nieznane, próby duże

$$u = \frac{\bar{x}_1 - \bar{x}_2}{\sqrt{\frac{{s_1}^2}{n_1} + \frac{{s_2}^2}{n_2}}} \sim N(0,1)$$

3. Wariancje nieznane - równe, próby małe

$$\mathrm{t} = \frac{\bar{x}_1 - \bar{x}_2}{\sqrt{\frac{(n_1 - 1){s_1}^2 + (n_2 - 1){s_2}^2}{n_1 + n_2 - 2}\left(\frac{1}{n_1} + \frac{1}{n_2}\right)}} \sim t_{n_1 + n_2 - 2}$$

4. Wariancje nieznane, próby małe

$$t = \frac{\bar{x}_1 - \bar{x}_2}{\sqrt{\frac{{s_1}^2}{n_1} + \frac{{s_2}^2}{n_2}}}$$

$$v = \frac{\left(\frac{{s_1}^2}{n_1} + \frac{{s_2}^2}{n_2}\right)^2}{\frac{1}{n_1 - 1}\left(\frac{{s_1}^2}{n_1}\right)^2 + \frac{1}{n_2 - 1}\left(\frac{{s_2}^2}{n_2}\right)^2}$$

v=liczba stopni swobody. Zaokrąglij w dół.

Zadanie 1

Badano średnią liczbę tasiemców w żołądkach owiec, którym podano środek profilaktyczny i w grupie kontrolnej. Czy uzyskano dowody, że środek choć w minimalnym stopniu jest skuteczny?

```
Owce  poddane profilaktyce: 18 43 28 50 16 32 13
Grupa kontrolna: 40 54 26 63 21 37 39
```

Zadanie 2

Badano wpływ mieszanek zbożowych na liczbę ubytków na powierzchni zębów u dzieci. Dzieci, które zjadły w okresie testu nie więcej niż 28 opakowań mieszanek, zostały zaklasyfikowane do grupy „Nie je". Co powiesz o wynikach tego testu?

```
Nie je       N=73   mean=6.41   SD=5.62
Je           N=302  mean=5.20   SD=4.67
```

Test dla dwóch średnich – próby zależne

$$t = \frac{\bar{z}}{s_z}\sqrt{n} \sim t_{n-1} \qquad z_i = x_i - y_i$$

Zadanie 1

Każdemu z 8 psów zmierzono temperaturę ciała w uchu i w … . Czy oznaczenia są rozbieżne?

Pies	1	2	3	4	5	6	7	8
ucho	38.2	38.7	38.9	39.2	38.7	39.4	38.9	39.0
odbyt	38.0	38.7	38.6	39.0	38.3	39.2	38.2	38.6

The t-statistic was introduced in 1908 by William Sealy Gosset, a chemist working for the Guinness brewery in Dublin, Ireland ("Student" was his pen name).

Gosset had been hired due to Claude Guinness's policy of recruiting the best graduates from Oxford and Cambridge to apply biochemistry and statistics to Guinness's industrial processes.

Gosset devised the *t*-test as a cheap way to monitor the quality of stout. He published the test in *Biometrika* in 1908, but was forced to use a pen name by his employer, who regarded the fact that they were using statistics as a trade secret. In fact, Gosset's identity was known to fellow statisticians.

R

```
# one samle t-test
t.test( y, mu=3)   # Ho: mu=3

# independent 2-group t-test
t.test( y ~ x )    # where y is numeric and x is a binary
factor

# independent 2-group t-test
t.test( y1, y2 )   # where y1 and y2 are numeric

# paired t-test
t.test( y1, y2, paired=TRUE )  # where y1 & y2 are numeric


var.equal = TRUE albo FALSE

alternative="less" albo alternative="greater"
```